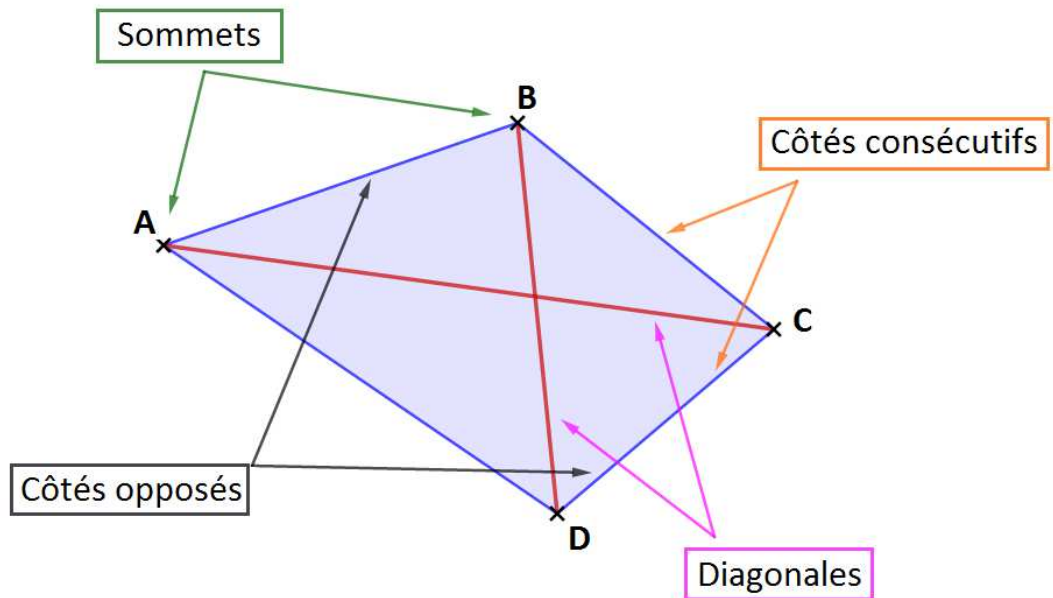


# Les parallélogrammes

## 1) Définition et vocabulaire :

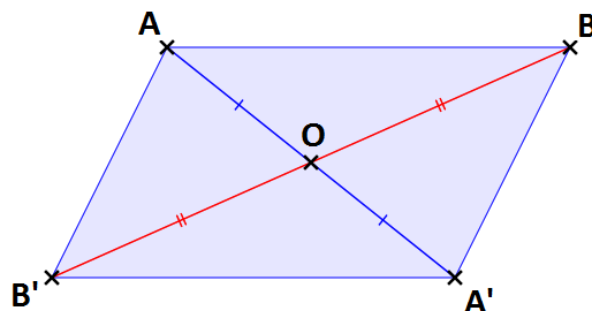
### a) Rappel du vocabulaire sur le quadrilatère :



### b) Le parallélogramme :

#### 1) Définition :

Soit  $[AB]$  un segment et  $O$  un point donné. On construit le symétrique  $[A'B']$  du segment  $[AB]$  par rapport au point  $O$  :



$O$  est le centre de symétrie du quadrilatère  $ABA'B'$ .

Le quadrilatère obtenu s'appelle un .....

D'après le cours sur la symétrie centrale, on peut conclure que :

$$(AB) \parallel (A'B') \text{ et } (AB') \parallel (A'B)$$

D'où la définition :

Définition :

.....

.....

2) Propriétés du parallélogramme :

Dans tout ce paragraphe, nous utiliserons la figure construite au b) 1).

Par construction, A a pour symétrique A' et B a pour symétrique B' par la symétrie centrale de centre O : [AA'] et [BB'] ont donc le même milieu O.

Autrement dit :

Propriété n°1 :

.....

.....

De même, [AB] a pour symétrique [A'B'] et [AB'] a pour symétrique [A'B] par la symétrie centrale de centre O. Comme la symétrie centrale conserve les distances, on en déduit que  $AB = A'B'$  et  $AB' = A'B$ .

Autrement dit :

Propriété n°2 :

.....

.....

De même, l'angle  $\widehat{BAB'}$  a pour symétrique l'angle  $\widehat{B'A'B}$  et l'angle  $\widehat{ABA'}$  a pour symétrique l'angle  $\widehat{A'B'A}$  par la symétrie centrale de centre O. Comme la symétrie centrale conserve les mesures d'angles, on en déduit que :

- les angles opposés  $\widehat{BAB'}$  et  $\widehat{B'A'B}$  ont même mesure.
- les angles opposés  $\widehat{ABA'}$  et  $\widehat{A'B'A}$  ont même mesure.

Autrement dit :

Propriété n°3 :

.....

.....

On montrera en exercice la propriété suivante :

Propriété n°4 :

.....

.....

3) Propriétés pour identifier un parallélogramme :

Propriété n°5 :

.....

1) .....

2) .....

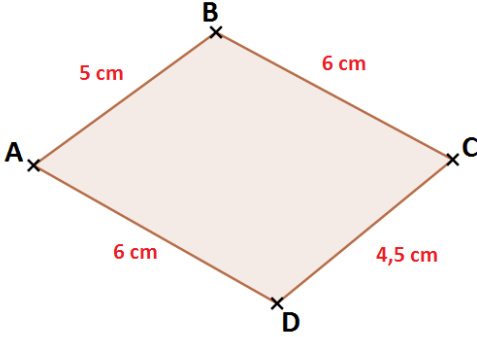
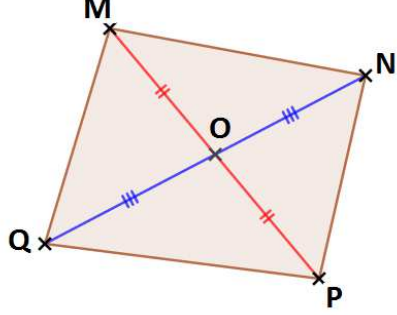
3) .....

4) .....

5) .....

.....

Exemples :

 <p>ABCD n'est pas un parallélogramme car ses côtés opposés ne sont pas de la même longueur (<math>AB \neq CD</math>).</p>	 <p>MNPQ est un parallélogramme car ses diagonales [MP] et [NQ] se coupent en leurs milieux.</p>
---	--

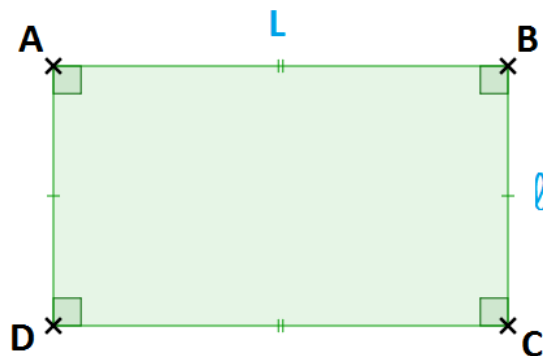
II) Les parallélogrammes particuliers :

1) Le rectangle :

a) Définition :

.....

Exemple :



ABCD est un rectangle.

Remarques :

- 1) Les côtés opposés d'un rectangle sont parallèles et de même longueur. (\*)
- 2) Les diagonales d'un rectangle sont de la même longueur.

D'après (\*), on peut dire qu'un rectangle est un parallélogramme : le rectangle possède donc les mêmes propriétés que le parallélogramme.

b) Propriété :

.....

1) .....

2) .....

Méthode :

Dans la pratique pour montrer qu'un quadrilatère est un rectangle :

- On montre tout d'abord que c'est un parallélogramme en utilisant la propriété n°5.
- Puis on montre que ce parallélogramme est un rectangle en utilisant la propriété ci-dessus.

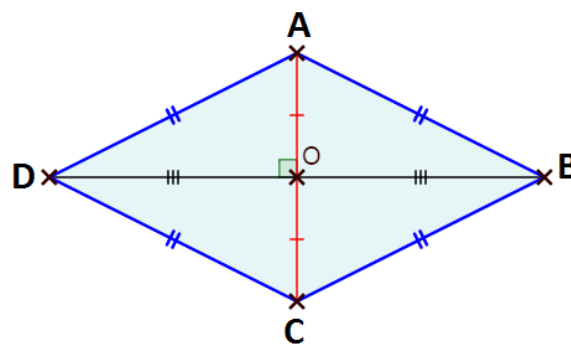
2) Le losange :

a) Définition :

.....

.....

Exemple :



ABCD est un losange

Remarques :

- 1) Les côtés opposés d'un losange sont parallèles et de même longueur.  
(\* )
- 2) Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

D'après (\*), on peut dire qu'un losange est un parallélogramme : le losange possède donc les mêmes propriétés que le parallélogramme.

b) Propriété :

.....

1) .....

2) .....

Méthode :

Dans la pratique pour montrer qu'un quadrilatère est un losange :

- On montre tout d'abord que c'est un parallélogramme en utilisant la propriété n°5.
- Puis on montre que ce parallélogramme est un losange en utilisant la propriété ci-dessus.

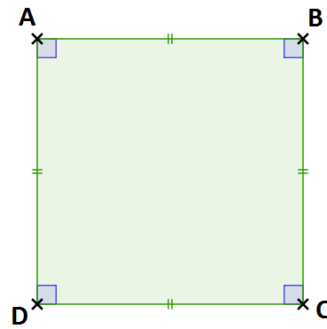
3) Le carré :

a) Définition :

.....

.....

Exemple :



ABCD est un carré

Remarques :

- 1) Les côtés opposés d'un carré sont parallèles et de même longueur.  
(\*)
- 2) Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires et de même longueur.

D'après (\*), on peut dire qu'un carré est un parallélogramme : le carré possède donc les mêmes propriétés que le parallélogramme.

b) Propriété :

.....

1) .....

.....

2) .....

.....

Méthode :

Dans la pratique pour montrer qu'un quadrilatère est un carré :

- On montre tout d'abord que c'est un parallélogramme en utilisant la propriété n°5.
- Puis on montre que ce parallélogramme est un carré en utilisant la propriété ci-dessus.

### Remarque :

Un carré étant à la fois un rectangle ( car il a quatre angles droits ) et un losange ( car il a quatre côtés de même longueur ), pour montrer qu'un quadrilatère est un carré, on peut montrer qu'il est à la fois un losange et un rectangle.

### III) Exemple d'une démonstration :

On rappelle qu'en géométrie, une démonstration doit être écrite sous la forme suivante :

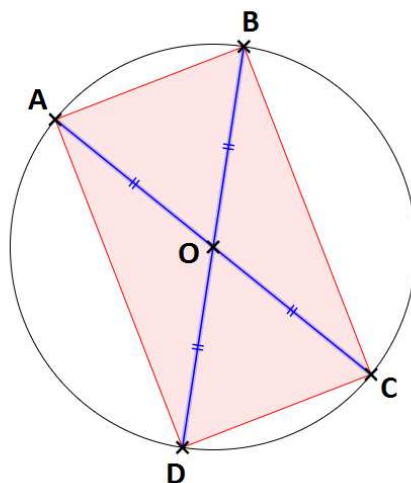
- 1) On énonce les hypothèses nécessaires à la démonstration.
- 2) On cite une propriété ou une définition pour justifier.
- 3) On conclut par une phrase.

### Exercice :

- 1) Construire un cercle centre O.
- 2) Placer sur ce cercle deux points A et B et construire le point C diamétralement opposé au point A et le point D diamétralement opposé au point B.
- 3) Démontrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

### Correction :

- 1) 2)





3) Montrons tout d'abord que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

**On sait que** .....

.....  
.....  
.....

**Or,** .....

.....

**Donc** .....

Montrons ensuite que le parallélogramme ABCD est un rectangle.

**On sait que** .....

.....  
.....  
.....

**Or,** .....

.....

**Donc** .....