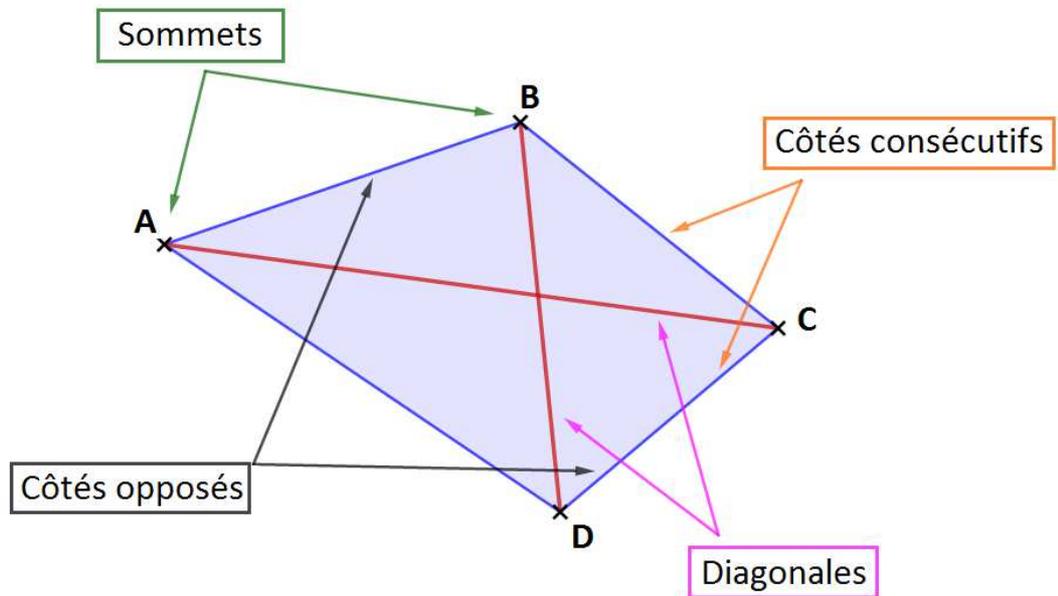


Les parallélogrammes

1) Définition et vocabulaire :

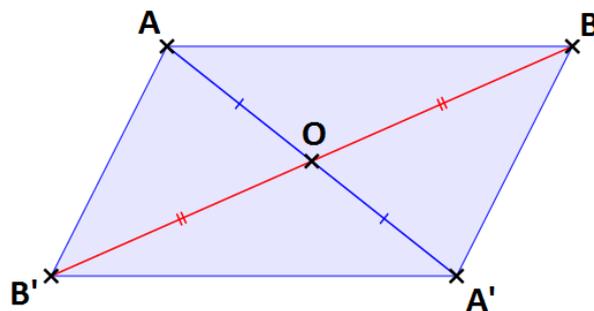
a) Rappel du vocabulaire sur le quadrilatère :



b) Le parallélogramme :

1) Définition :

Soit $[AB]$ un segment et O un point donné. On construit le symétrique $[A'B']$ du segment $[AB]$ par rapport au point O :



O est le centre de symétrie du quadrilatère $ABA'B'$.

Le quadrilatère obtenu s'appelle un

D'après le cours sur la symétrie centrale, on peut conclure que :

$$(AB) // (A'B') \text{ et } (AB') // (A'B)$$

D'où la définition :

Définition :

.....

.....

2) Propriétés du parallélogramme :

Dans tout ce paragraphe, nous utiliserons la figure construite au b) 1).

Par construction, A a pour symétrique A' et B a pour symétrique B' par la symétrie centrale de centre O : [AA'] et [BB'] ont donc le même milieu O.

Autrement dit :

Propriété n°1 :

.....

.....

De même, [AB] a pour symétrique [A'B'] et [AB'] a pour symétrique [A'B] par la symétrie centrale de centre O. Comme la symétrie centrale conserve les distances, on en déduit que $AB = A'B'$ et $AB' = A'B$.

Autrement dit :

Propriété n°2 :

.....

.....

De même, l'angle $\widehat{BAB'}$ a pour symétrique l'angle $\widehat{B'A'B}$ et l'angle $\widehat{ABA'}$ a pour symétrique l'angle $\widehat{A'B'A}$ par la symétrie centrale de centre O. Comme la symétrie centrale conserve les mesures d'angles, on en déduit que :

- les angles opposés $\widehat{BAB'}$ et $\widehat{B'A'B}$ ont même mesure.
- les angles opposés $\widehat{ABA'}$ et $\widehat{A'B'A}$ ont même mesure.

Autrement dit :

Propriété n°3 :

.....
.....

On montrera en exercice la propriété suivante :

Propriété n°4 :

.....
.....

3) Propriétés pour identifier un parallélogramme :

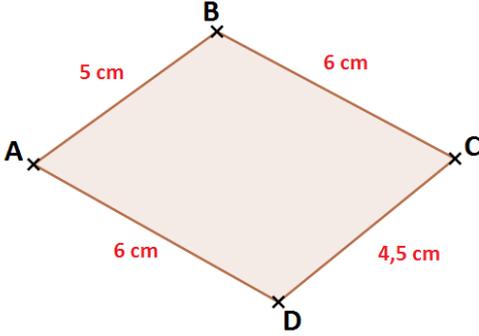
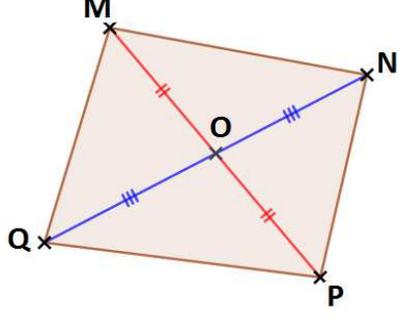
Propriété n°5 :

.....

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)

.....

Exemples :

 <p>ABCD n'est pas un parallélogramme car ses côtés opposés ne sont pas de la même longueur ($AB \neq CD$).</p>	 <p>MNPQ est un parallélogramme car ses diagonales [MP] et [NQ] se coupent en leurs milieux.</p>
---	--

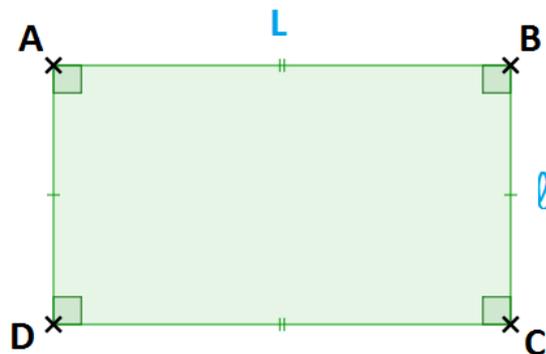
II) Les parallélogrammes particuliers :

1) Le rectangle :

a) Définition :

.....

Exemple :



ABCD est un rectangle.

Remarques :

- 1) Les côtés opposés d'un rectangle sont parallèles et de même longueur. (*)
- 2) Les diagonales d'un rectangle sont de la même longueur.

D'après (*), on peut dire qu'un rectangle est un parallélogramme : le rectangle possède donc les mêmes propriétés que le parallélogramme.

b) Propriété :

.....

1)

2)

Méthode :

Dans la pratique pour montrer qu'un quadrilatère est un rectangle :

- On montre tout d'abord que c'est un parallélogramme en utilisant la propriété n°5.
- Puis on montre que ce parallélogramme est un rectangle en utilisant la propriété ci-dessus.

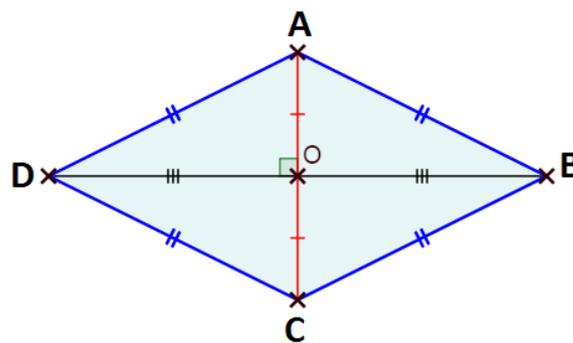
2) Le losange :

a) Définition :

.....

.....

Exemple :



ABCD est un losange

Remarques :

- 1) Les côtés opposés d'un losange sont parallèles et de même longueur.
(*)
- 2) Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

D'après (*), on peut dire qu'un losange est un parallélogramme : le losange possède donc les mêmes propriétés que le parallélogramme.

b) Propriété :

.....

1)

2)

Méthode :

Dans la pratique pour montrer qu'un quadrilatère est un losange :

- On montre tout d'abord que c'est un parallélogramme en utilisant la propriété n°5.
- Puis on montre que ce parallélogramme est un losange en utilisant la propriété ci-dessus.

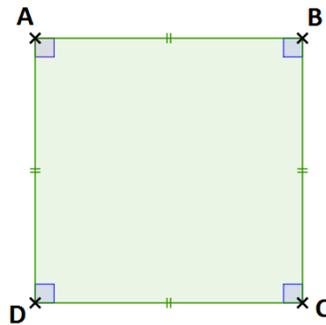
3) Le carré :

a) Définition :

.....

.....

Exemple :



ABCD est un carré

Remarques :

- 1) Les côtés opposés d'un carré sont parallèles et de même longueur.
(*)
- 2) Les diagonales d'un carré sont perpendiculaires et de même longueur.

D'après (*), on peut dire qu'un carré est un parallélogramme : le carré possède donc les mêmes propriétés que le parallélogramme.

b) Propriété :

.....

1)

.....

2)

.....

Méthode :

Dans la pratique pour montrer qu'un quadrilatère est un carré :

- On montre tout d'abord que c'est un parallélogramme en utilisant la propriété n°5.
- Puis on montre que ce parallélogramme est un carré en utilisant la propriété ci-dessus.

Remarque :

Un carré étant à la fois un rectangle (car il a quatre angles droits) et un losange (car il a quatre côtés de même longueur), pour montrer qu'un quadrilatère est un carré, on peut montrer qu'il est à la fois un losange et un rectangle.

III) Exemple d'une démonstration :

On rappelle qu'en géométrie, une démonstration doit être écrite sous la forme suivante :

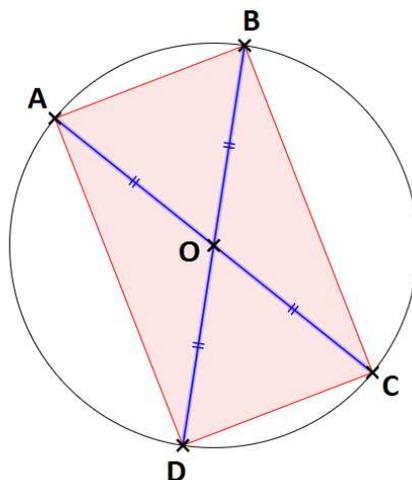
- 1) On énonce les hypothèses nécessaires à la démonstration.
- 2) On cite une propriété ou une définition pour justifier.
- 3) On conclut par une phrase.

Exercice :

- 1) Construire un cercle centre O.
- 2) Placer sur ce cercle deux points A et B et construire le point C diamétralement opposé au point A et le point D diamétralement opposé au point B.
- 3) Démontrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Correction :

- 1) 2)



3) Montrons tout d'abord que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

On sait que

.....
.....
.....

Or,

.....

Donc

Montrons ensuite que le parallélogramme ABCD est un rectangle.

On sait que

.....
.....
.....

Or,

.....

Donc