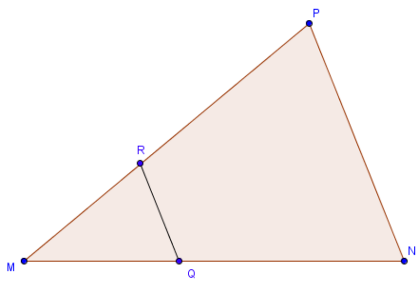
Correction du devoir de préparation sur les droites des milieux

Exercice n°1 (5 points) :



Dans le triangle MNP ci-contre (qui n'est pas en vraies grandeurs), on a :

MN = 6 cm, MQ = 2,5 cm, QR = 1,9 cm et MP = 5,7 cm.

Les droites (NP) et (RQ) sont parallèles.

Calculer NP et MR. Justifier.

Correction :

ATTENTION à la rédaction : une grande partie des points lui sera consacrée !!!

MNP est un triangle, R est un point de [MP] et Q est un point de [MN] tels que les droites (NP) et (RQ) sont parallèles. D'après la propriété de proportionnalité des longueurs dans un triangle, on peut écrire que :

$$\frac{MR}{MP} = \frac{MQ}{MN} = \frac{RQ}{PN}$$

Soit, en remplaçant par les données de l'énoncé :

$$\frac{MR}{5{,}7} = \frac{2{,}5}{6} = \frac{1{,}9}{PN}$$

Calcul de la longueur MR :

On utilise l'égalité des quotients $\frac{MR}{5{,}7} = \frac{2{,}5}{6}$.

On peut alors écrire que MR = $\frac{2{,}5 \times 5{,}7}{6}$ c'est à dire MR = $\frac{14{,}25}{6}$ soit MR = 2,375.

La longueur MR est égale à 2,375 cm.

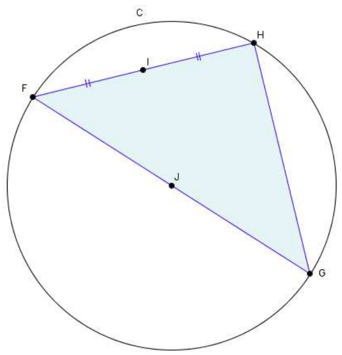
Calcul de la longueur PN :

On utilise l'égalité des quotients $\frac{2{,}5}{6} = \frac{1{,}9}{PN}$.

On peut alors écrire que PN = $\frac{6 \times 1{,}9}{2{,}5}$ c'est à dire PN = $\frac{11{,}4}{2{,}5}$ soit PN = 4,56.

La longueur PN est égale à 4,56 cm.

Exercice n°2 (5 points) :



On considère un cercle C de centre J et un diamètre [FG] de ce cercle. On a IJ = 2,5 cm.

a) Montrer que les droites (IJ) et (GH) sont parallèles.
b) Déterminer la longueur GH. Justifier.

Correction :

ATTENTION à la rédaction : une grande partie des points lui sera consacrée !!!

a) Dans le triangle FGH, on sait que :

- I est le milieu de [FH].
- J est le milieu de [FG] (car J est le centre du cercle C donc le milieu de tous ses diamètres, en particulier [FG]) .

Or, dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième.

Donc les droites (IJ) et (HG) sont parallèles.

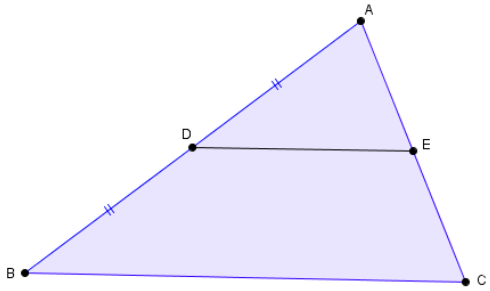
b) Dans le triangle FGH, on sait que :

- I est le milieu de [FH].
- J est le milieu de [FG].
- IJ = 2,5 cm.

Or, dans un triangle, si un segment joint les milieux de deux côtés alors il mesure la moitié de la longueur du troisième.

Donc IJ = $\frac{GH}{2}$ c'est-à-dire GH = 2 × IJ soit GH = 2 × 2,5 = 5 cm.

Exercice n°3 (5 points) :



Soit ABC un triangle, D le milieu de [AB] et E un point de [AC] tels que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

1) Montrer que E est le milieu de [AC]. Justifier.
2) Calculer DE sachant que BC = 14 cm. Justifier.

Correction :

ATTENTION à la rédaction : une grande partie des points lui sera consacrée !!!

1) Dans le triangle ABC, on sait que :

- D est le milieu de [AB].
- E est un point de [AC] tel que les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

Or, dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté alors elle coupe le troisième en son milieu.

Donc le point E est le milieu du côté [AC].

2) Dans le triangle ABC, on sait que :

- D est le milieu de [AB].
- E est le milieu de [AC].
- BC = 14 cm.

Or, dans un triangle, si un segment joint les milieux de deux côtés alors il mesure la moitié de la longueur du troisième.

Donc DE = $\frac{BC}{2}$ c'est-à-dire DE = $\frac{14}{2}$ = 7 cm.

Exercice n°4 (5 points) :

a) Soit ABC un triangle tel que AB = 4 cm, AC = 6 cm et BC = 7 cm.

1) Déterminer les dimensions du triangle DEF, agrandissement du triangle ABC de coefficient 3.
2) Déterminer les dimensions du triangle TUV, réduction du triangle ABC de coefficient 2.

b) Soit GHI un triangle tel que GH = 5 cm, GI = 9 cm et HI = 11 cm.
Soit JKL un triangle tel que JK = 77 cm, JL = 35 cm et KL = 63 cm.

JKL est-il un agrandissement du triangle GHI ? Si oui, quel est le coefficient d'agrandissement ? Justifier.

c) Soit MNO un triangle tel que MN = 40 cm, MO = 55 cm et NO = 20 cm.
Soit PQR un triangle tel que PQ = 11 cm, PR = 8 cm et QR = 5 cm.

PQR est-il une réduction du triangle MNO ? Si oui, quel est le coefficient de réduction ? Justifier.

Correction :

a)1) Les dimensions du triangle DEF sont obtenues en multipliant celles du triangle ABC par le coefficient d'agrandissement soit 3 ici :

- DE = 3 × AB = 3 × 4 = 12 cm.
- DF = 3 × AC = 3 × 6 = 18 cm.
- EF = 3 × BC = 3 × 7 = 21 cm.

2) Les dimensions du triangle TUV sont obtenues en divisant celles du triangle ABC par le coefficient de réduction soit 2 ici :

- TU = AB ÷ 2 = 4 ÷ 2 = 2 cm.
- TV = AC ÷ 2 = 6 ÷ 2 = 3 cm.
- UV = BC ÷ 2 = 7 ÷ 2 = 3,5 cm.

b) Le triangle JKL est un agrandissement du triangle GHI si les dimensions du triangle JKL sont proportionnelles aux dimensions du triangle GHI.

On a :

$R_1 = \frac{JK}{HI} = \frac{77}{11} = 7$ (quotient des plus grandes longueurs des deux triangles)

$R_2 = \frac{JL}{GH} = \frac{35}{5} = 7$ (quotient des plus petites longueurs des deux triangles)

$R_3 = \frac{KL}{GI} = \frac{63}{9} = 7$ (quotient des deux autres longueurs des deux triangles)

Comme ces trois rapports sont égaux à 7, on peut conclure que le triangle JKL est un agrandissement de coefficient 7 du triangle GHI.

c) Le triangle PQR est une réduction du triangle MNO si les dimensions du triangle PQR sont proportionnelles aux dimensions du triangle MNO.

On a :

$R_1 = \frac{PQ}{MO} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$. (quotient des plus grandes longueurs des deux triangles)

$R_2 = \frac{QR}{NO} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$. (quotient des plus petites longueurs des deux triangles)

$R_3 = \frac{PR}{MN} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$. (quotient des deux autres longueurs des deux triangles)

Comme ces trois rapports ne sont pas égaux, on peut conclure que le triangle PQR n'est pas une réduction du triangle MNO.