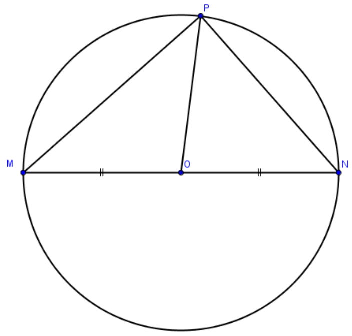
Exercice n°1 (5 points) :

a) Construire un segment [MN] de longueur 8 cm puis le cercle de diamètre [MN].
Placer un point P sur ce cercle tel que MP = 6 cm.



b) Quelle est la nature du triangle MNP ? Justifier.

On sait que le triangle MNP est inscrit dans un cercle de diamètre [MN].

Or si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.

Donc le triangle MNP est rectangle en P.

c) Dans le triangle MNP, quelle est la longueur de la médiane issue du point P ? Justifier.

On sait que le triangle MNP est rectangle en P et que son hypoténuse [MN] mesure 8 cm.

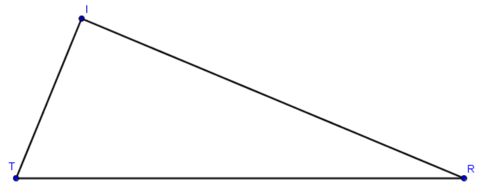
Or si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

Donc la médiane [PO] issue de P mesure la moitié de la longueur de [MN] à savoir 4 cm.

Exercice n°2 (5 points) :

TRI est un triangle tel que TI = 4 cm, TR = 10,4 cm et IR = 9,6 cm.

1) Construire le triangle TRI en vraies grandeurs.



2) Démontrer que le triangle TRI est rectangle.

Dans le triangle TRI on a :

$TR^2 = 10,4^2$
$TR^2 = 108,16$

$TI^2 + RI^2 = 4^2 + 9,6^2$
$TI^2 + RI^2 = 16 + 92,16$
$TI^2 + RI^2 = 108,16$

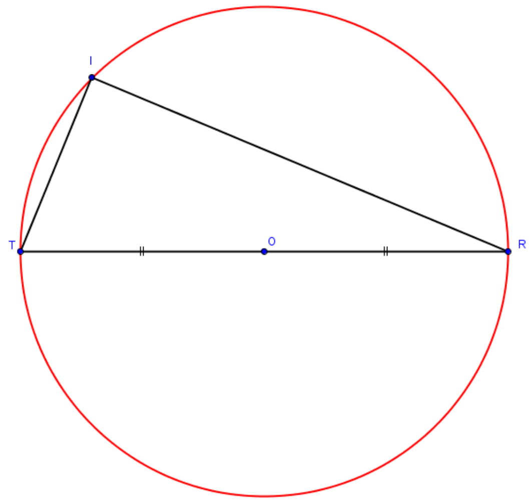
Comme $TR^2 = TI^2 + RI^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle TRI est rectangle en I.

3) Construire le cercle circonscrit au triangle TRI.

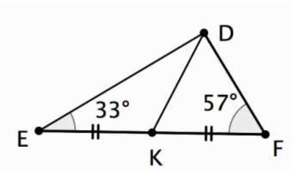
On sait que le triangle TRI est rectangle en I.

Or si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.

Donc le cercle circonscrit au triangle TRI rectangle en I a pour diamètre [TR].



<u>Exercice n°3 (5 points) :</u>



1) Démontrer que le triangle DEF est rectangle en D.

   Dans le triangle DEF, on sait que $\widehat{E}$ = 33° et $\widehat{F}$= 57°.
   Ainsi $\widehat{E}$ + $\widehat{F}$= 33 + 57 = 90 ce qui montre que les angles $\widehat{E}$ et $\widehat{F}$ sont complémentaires.

   Or, si deux angles aigus d'un triangle sont complémentaires, alors le triangle est rectangle.

   Donc le triangle DEF est rectangle en D.

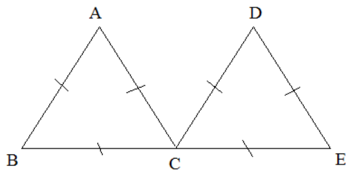
2) Déterminer la longueur de [EF] sachant que la médiane [DK] mesure 3 cm.

   On sait que le triangle DEF est rectangle en D et que la médiane [DK] issue du sommet de l'angle droit mesure 3 cm.

   Or si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

   Donc l'hypoténuse [EF] mesure le double de la médiane issue du sommet de l'angle droit à savoir 2 × 3 = 6 cm.

Exercice n°4 (5 points) :

1) 

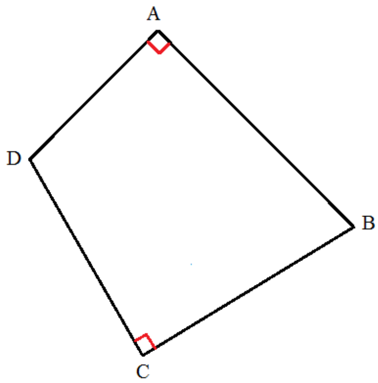
ABC et CDE sont deux triangles équilatéraux et le point C est le milieu du segment [BE].
Démontrer que le triangle ABE est rectangle en A.

Dans le triangle ABE, on sait que C est le milieu de [BE] et que la médiane issue du sommet A de ce triangle mesure la moitié de [BE].

Or si dans un triangle, la longueur de la médiane relative à un côté est égale à la moitié de la longueur de celui-ci, alors le triangle est rectangle et admet ce côté pour hypoténuse.

Donc le triangle ABE est rectangle en A et admet le côté [BE] pour hypoténuse.

2) Démontrer que les points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on donnera le centre et le diamètre.



On sait que le triangle DAB est rectangle en A.
Or si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.
Donc le cercle circonscrit au triangle DAB rectangle en A a pour diamètre [DB].

On sait que le triangle DBC est rectangle en C.
Or si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour diamètre son hypoténuse.
Donc le cercle circonscrit au triangle DBC rectangle en C a pour diamètre [DB].

On constate que DAB et DBC ont le même cercle circonscrit (le cercle de diamètre [DB]) : les points A, B,C et D sont donc sur le même cercle.